



Optimalitáselmélet és analógia: *tényleg kiengesztelhetetlen ellentét?*

Biró Tamás

Eötvös Loránd Tudományegyetem



KAFA, 2017. május 17.

Áttekintés

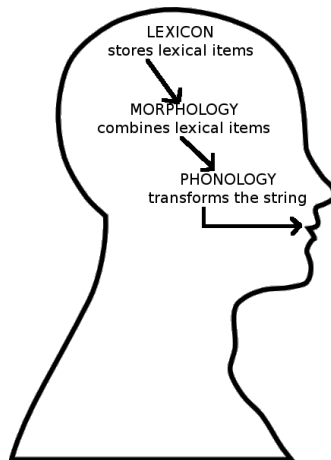
- 1 Analógia vs. optimalitáselmélet
- 2 „Jólrendezett” optimalitáselmélet
- 3 Végtelen sok constraint
- 4 Egy első próbálkozás: „stringnyelvtan” (mint toy grammar)
- 5 Összefoglalás

Áttekintés

- 1 Analógia vs. optimalitáselmélet
- 2 „Jólrendezett” optimalitáselmélet
- 3 Végtelen sok constraint
- 4 Egy első próbálkozás: „stringnyelvtan” (mint toy grammar)
- 5 Összefoglalás

Hagyományos SPE- és OT-felfogás a fonológiáról

- Elképzelés: szeriális modulok.
- Fonológia: $u \mapsto SF(u)$ leképezés.
- A leképezés leírása:
szabályok sorozatával
vagy Gen+Eval segítségével.
- Nem képes a felszíni alakok közötti kölcsönhatásokat (így az analógiás jelenségeket sem) visszaadni?



Analógia és optimalitáselmélet

Javaslat:

- Jelöltségi/*markedness* konztréntek
 - Hűségi/*faithfulness* konztréntek
- + A nyelvben lévő szavak mint konztréntek:
 $A[w](x)$ = az x jelölt „távolsága” a w lexikai elemtől.

/u/	C_1	$A[w_1]$	$A[w_2]$...	C_2
x_1	$C_1(x_1)$	$A[w_1](x_1)$	$A[w_2](x_1)$...	$C_2(x_1)$
x_2	$C_1(x_2)$	$A[w_1](x_2)$	$A[w_2](x_2)$...	$C_2(x_2)$
x_3	$C_1(x_3)$	$A[w_1](x_3)$	$A[w_2](x_3)$...	$C_2(x_3)$
...					

Analógia és optimalitáselmélet

Kérdések:

- A nyelvben lévő szavak mint konsztréntek:
 $A[w](x)$ = az x jelölt „távolsága” a w lexikai elemtől?
- Rendezés w és $/u/$ hasonlósága alapján?
- A lexikon **minden** w elemére: hogyan kezelendő a „...”?

$/u/$	C_1	$A[w_1]$	$A[w_2]$...	C_2
x_1	$C_1(x_1)$	$A[w_1](x_1)$	$A[w_2](x_1)$...	$C_2(x_1)$
x_2	$C_1(x_2)$	$A[w_1](x_2)$	$A[w_2](x_2)$...	$C_2(x_2)$
x_3	$C_1(x_3)$	$A[w_1](x_3)$	$A[w_2](x_3)$...	$C_2(x_3)$
...					

Áttekintés

- 1 Analógia vs. optimalitáselmélet
- 2 „Jólrendezett” optimalitáselmélet**
- 3 Végtelen sok constraint
- 4 Egy első próbálkozás: „stringnyelvtan” (mint toy grammar)
- 5 Összefoglalás

Rendezési relációk

Definíció:

$\underline{\underline{\mathcal{R}}} \subseteq U \times U$ **részbenrendezés** U -n, ha teljesül minden $a, b, c \in U$ -ra

- 1 reflexivitás: $a \underline{\underline{\mathcal{R}}} a$,
- 2 antiszimetria: ha $a \underline{\underline{\mathcal{R}}} b$ és $b \underline{\underline{\mathcal{R}}} a$, akkor $a = b$, és
- 3 a tranzitivitás: ha $a \underline{\underline{\mathcal{R}}} b$ és $b \underline{\underline{\mathcal{R}}} c$, akkor $a \underline{\underline{\mathcal{R}}} c$.

Teljes rendezés: bármely két elem relációban áll egymással.

Definíció:

$\underline{\underline{\mathcal{R}}}$ **teljes rendezés** (a.k.a., lineáris rendezés, rendezés) U -n, ha

- 1 $\underline{\underline{\mathcal{R}}}$ (reflexív, antiszimmetrikus és tranzitív) részbenrendezés, és
- 2 minden $a, b \in U$ -ra, $a \underline{\underline{\mathcal{R}}} b$ vagy $b \underline{\underline{\mathcal{R}}} a$.

Rendezési relációk

Definíció:

Az (U, \leq) rendezett halmaz **jólrendezett**, ha U alaphalmaz bármely nem üres A részhalmazának van legkisebb eleme, amelyet A tartalmaz.

Ha $A \subseteq U$, akkor $\exists m (\equiv \min A) \in A : \forall x \in A : m \leq x$.

Egy jólrendezett halmaz bármely nem üres részhalmazának pontosan egy legkisebb eleme van (antiszimmetria miatt). **Példák** jólrendezett halmazokra:

- A természetes számok halmaza.
- Transzfinit számok, például $\{1, 2, \dots, \omega, \omega + 1, \dots\}$.
- $\{1, 2 - \frac{1}{2}, 2 - \frac{1}{3}, 2 - \frac{1}{4}, 2 - \frac{1}{5}, \dots, 2, 3 - \frac{1}{2}, 3 - \frac{1}{3}, \dots, 3, \dots\}$.

BT: *inverz-jólrendezett*, ha megfordul a reláció iránya (*legkisebb* helyett *legnagyobb*).

Rendezési relációk

Definíció:

Az (U, \leq) rendezett halmaz **jólrendezett**, ha U alaphalmaz bármely nem üres A részhalmazának van legkisebb eleme, amelyet A tartalmaz.

Ha $A \subseteq U$, akkor $\exists m (\equiv \min A) \in A : \forall x \in A : m \leq x$.

Egy jólrendezett halmaz bármely nem üres részhalmazának pontosan egy legkisebb eleme van (antiszimmetria miatt). **Ellenpéldák:**

- Az egész számok halmaza.
- A $[0; 1]$ intervallumban lévő valós számok halmaza.
- $\{1, \dots, 1 + \frac{1}{5}, 1 + \frac{1}{4}, 1 + \frac{1}{3}, 1 + \frac{1}{2}, 2, \dots, 2 + \frac{1}{3}, 2 + \frac{1}{2}, 3, \dots\}$.

Utóbbi **inverz-jólrendezett**: megfordul a reláció iránya (legkisebb helyett legnagyobb).

Jólrendezett halmazok az OT-ben: sértési szintek

Miért jó ez nekünk, OT-val foglalkozó nyelvészeknek?

- Egy C_i constraint mint függvény:

$$C_i : \bigcup_{u \in \mathcal{U}} \text{Gen}(u) \rightarrow \mathcal{V}_i$$

\mathcal{U} a bemenetek halmaza. $\text{Gen}(u)$ az u -hoz tartozó jelöltek halmaza.

- Milyen halmaz \mathcal{V}_i , egy konsztrént mint függvény értékkészlete?
- Például $\mathcal{V}_i = \mathbb{N}_0$, a természetes (nem negatív egész) számok halmaza, egy OT-táblázat cellájában lévő csillagok száma.
- **Állítás:** elegendő megkövetelni, hogy \mathcal{V}_i jólrendezett halmaz!

Jólrendezett halmazok az OT-ben: sértési szintek

Miért jó ez nekünk, OT-val foglalkozó nyelvészeknek?

- Egy C_i constraint mint függvény:

$$C_i : \bigcup_{u \in \mathcal{U}} \text{Gen}(u) \rightarrow \mathcal{V}_i$$

\mathcal{U} a bemenetek halmaza. $\text{Gen}(u)$ az u -hoz tartozó jelöltek halmaza.

- Milyen halmaz \mathcal{V}_i , egy konsztrént mint függvény értékkészlete?
- Például $\mathcal{V}_i = \mathbb{N}_0$, a természetes (nem negatív egész) számok halmaza, egy OT-táblázat cellájában lévő csillagok száma.
- **Állítás:** elegendő megkövetelni, hogy \mathcal{V}_i jólrendezett halmaz!

Jólrendezett halmazok az OT-ben: sértési szintek

Miért jó ez nekünk, OT-val foglalkozó nyelvészeknek?

- Egy C_i constraint mint függvény:

$$C_i : \bigcup_{u \in \mathcal{U}} \text{Gen}(u) \rightarrow \mathcal{V}_i$$

\mathcal{U} a bemenetek halmaza. $\text{Gen}(u)$ az u -hoz tartozó jelöltek halmaza.

- Milyen halmaz \mathcal{V}_i , egy konsztrént mint függvény értékkészlete?
- Például $\mathcal{V}_i = \mathbb{N}_0$, a természetes (nem negatív egész) számok halmaza, egy OT-táblázat cellájában lévő csillagok száma.
- **Állítás:** elegendő megkövetelni, hogy \mathcal{V}_i jólrendezett halmaz!

Jólrendezett halmazok az OT-ben: sértési szintek

Állítás:

Elegendő annyit megkövetelni, hogy \mathcal{V}_i jólrendezett halmaz legyen.

Példa: a véges szonoritási skálára épülő HNUC konsztrént az Imdlawn Tashlhiyt berber szótagoláshoz (P&S 1993/2004):

(17) **Parallel Analysis of Complete Syllabification** of /txznt/

Candidates	ONS	HNUC	Comments
☞ .tX.zNt.		n x	optimal
.Tx.zNt.		n t !	$ n = n $, $ t < x $
.tXz.nT.		x ! t	$ x < n $, t irrelevant
.txZ.Nt.	* !	n z	HNUC irrelevant
.T.X.Z.N.T.	* ! ***	n z x t t	HNUC irrelevant

Jólrendezett halmazok az OT-ben: sértési szintek

Állítás:

Elegendő annyit megkövetelni, hogy \forall_i jólrendezett halmaz legyen.

Ellenpéldák:

- Pozitív OT: jutalom, nem csak büntetés?
„Csókyelvtan”: rekurzív epentézis + a bilabiális click jutalmazása.
- Valós értékű konsztréntek: $C_i(x) \in \mathbb{R}$?
A távolság reciprokával csökkenő büntetést kiosztó konsztrént.

Jólrendezett halmazok az OT-ben → az OT működik!

Állítás: elegendő megkövetelni, hogy \mathcal{V}_i jólrendezett halmaz.

Állítás:

OT-nyelvtan: legyen $\forall i = 1, \dots, n$ -re $C_i : \bigcup_{u \in \mathcal{U}} \text{Gen}(u) \rightarrow \mathcal{V}_i$ jólrendezett. ($C_1 \gg C_2 \gg \dots \gg C_n$.) Ekkor létezik optimális „sértési profil”-al rendelkező optimális részhalmaza $\text{Gen}(u)$ -nak bármely $u \in \mathcal{U}$ -hoz.

Bizonyítás: Fokozatosan szűrjük a jelöltek halmazát az OT-táblában balról jobbra haladva. A C_i konsztréntig eljutó jelöltek nem üres halmaza legyen: $G_i \subseteq \text{Gen}(u)$. Tekintsük a $V = \{C_i(x) \mid x \in G_i\} \subseteq \mathcal{V}_i$ nem üres halmazt.

Mivel \mathcal{V}_i jólrendezett, létezik V -nek pontosan egy $\min(V) \in V$ eleme. Ezért a C_i -t túlélő jelöltek halmaza $G_{i+1} = \{x \in G_i \mid C_i(x) = \min(V)\}$ nem üres. Teljes indukcióval megmutatható, hogy az utolsó constraintet is túlélő jelöltek G_{i+1} halmaza sem üres, és minden elemének ugyanaz a sértési profilja. \square

Vegyük észre: fontos, hogy véges számú konsztrént van!

Áttekintés

- 1 Analógia vs. optimalitáselmélet
- 2 „Jólrendezett” optimalitáselmélet
- 3 Végtelen sok constraint**
- 4 Egy első próbálkozás: „stringnyelvtan” (mint toy grammar)
- 5 Összefoglalás

De OT nem működik, ha végtelen sok konsztrént van!

Példa:

/u/	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	...
x_1	1					
x_2		1				
x_3			1			
x_4				1		
x_5					1	
...						...

Végtelen sok jelölt, végtelen sok konsztrént, nincs optimális jelölt.

Vagy mégis?

De OT nem működik, ha végtelen sok konsztrént van!

Példa:

/u/	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	...
x_1	1					
x_2		1				
x_3			1			
x_4				1		
x_5					1	
...						...

Végtelen sok jelölt, végtelen sok konsztrént, nincs optimális jelölt.

Vagy mégis?

OT nem működik, ha végtelen sok konsztrént van

Összefoglalás eddig:

- Analógia: a lexikon szavai is konsztréntekké válnak.
- De a lexikonban lévő szavak száma „kvázi-végtelen”:
kezelhető egy ilyen OT-nyelvtan?
- Általános esetben, ha végtelen sok konsztrént és végtelen sok jelölt van, nem garantálható, h. van $\text{Gen}(u)$ -nak optimális eleme.
- Most nézzünk meg három javaslatot,
amely esetekben lesz $\text{Gen}(u)$ -nak optimális eleme.

Javaslat 1: két jelölt

Állítás:

Legyen a konsztréntek (CON, \gg) halmaza egy inverz-jólrendezett halmaz. Ekkor eldönthető, hogy két jelölt, $x \neq y \in \text{Gen}(u)$ közül melyik a harmonikusabb, avagy egyenlő a harmóniájuk.

Bizonyítás: Legyen $D = \{C \in \text{CON} \mid C(x) \neq C(y)\} \subseteq \text{CON}$ azon konsztréntek halmaza, amelyek eltérően értékelik a két jelöltet.

Ha D üres halmaz, akkor x és y harmóniája egyenlő.

Ellenkező esetben, mivel (CON, \gg) inverz-jólrendezett, D -nek van legnagyobb eleme, $C_f \equiv \max(D) \in D$ (fatális konsztrént).

C_f értékészlete teljesen rendezett, de $C_f(x) \neq C_f(y)$. Ezért két lehetőség maradt: vagy $C_f(x) > C_f(y)$, vagy $C_f(y) > C_f(x)$. Az első esetben y a harmonikusabb jelölt, a másodikban pedig x . □

Javaslat 1: két jelölt

Lemma

Tranzitivitás: Legyen $x, y, z \in \text{Gen}(u)$. Ha x harmonikusabb, mint y , és y harmonikusabb, mint z , akkor x harmonikusabb, mint z .

Bizonyítás: Legyen $C_{f/xy}$ a fatális konsztrént x és y összehasonlítása során: $C_{f/xy}(y) > C_{f/xy}(x)$, és minden $C_i \gg C_{f/xy}$ -re $C_i(y) = C_i(x)$. Hasonlóképpen, legyen $C_{f/yz}$ a fatális konsztrént y és z összehasonlítása során: $C_{f/yz}(z) > C_{f/yz}(y)$, és minden $C_j \gg C_{f/yz}$ -re $C_j(z) = C_j(y)$. Három eset van: $C_{f/xy} \gg C_{f/yz}$ vagy $C_{f/yz} \gg C_{f/xy}$ vagy $C_{f/xy}(y) = C_{f/yz}(y)$. Mindhárom esetben külön-külön megmutatható, hogy a $C_{f/xz}$ fatális konsztrént x és z összehasonlítása során éppen $C_{f/xy}$ és $C_{f/yz}$ közül a magasabbra rendezett, és hogy $C_{f/xz}(z) > C_{f/xz}(x)$. □

Javaslat 1: véges sok jelölt

Állítás:

Legyen a konsztréntek (CON, \gg) halmaza egy inverz-jólrendezett halmaz. Legyen $G \subseteq \text{Gen}(u)$ jelöltek nem üres véges halmaza. Ekkor létezik G -nek optimális eleme(i).

Bizonyítás: Teljes indukció G elemszámára. Ha $|G| = 1$, az állítás magától értetődő.

Tegyük fel, hogy $|G| = k > 1$, és $k - 1$ -re az állítás igaz. Ekkor legyen g egy tetszőleges eleme G -nek, és $G' = G \setminus \{g\}$. A $k - 1$ elemű G' halmaznak az indukciós feltevés szerint létezik $\text{opt}(G')$ optimális eleme.

Ekkor a tranzitivitás miatt g vagy $\text{opt}(G')$ optimális eleme lesz G -nek. □



Javaslat 1: véges sok jelölt

Hasznos nekünk ez az eredmény?

- Véges Gen: pl. metrikus hangsúly.
- Véges és restricted Gen: pl. harmonic serialism.
- Mindig csak két jelöltet hasonlítottunk össze: szimulált hőkezelés.
- ...?

OT nem működik, ha végtelen sok konsztrént van

Példa:

/u/	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	...
x_1	1					
x_2		1				
x_3			1			
x_4				1		
x_5					1	
...						...

Végtelen sok jelölt, végtelen sok konsztrént, nincs optimális jelölt.

Vagy mégis?

Javaslat 2: kötelező eltérés az elején

Létezik olyan k , hogy bármely két jelölt sértési profiljának első k eleme között van eltérő = Bármely két jelölt összehasonlítása során a fatális konsztrént CON legmagasabbra rendezett k konsztréntja közül kerül ki.

Azonban k függhet a bemenettől:

Hipotézis:

Minden $u \in \mathcal{U}$ -hoz $\exists k_u \in \mathbb{N}$, hogy

$\forall x, y \in \text{Gen}(u)$ -re: ha létezik $C_{f/xy}$ fatális konsztrént,

akkor $\left| \{C \in \text{CON} \mid C \gg C_{f/xy}\} \right| < k$.

Minden $/u/$ bemenet esetén $\text{Gen}(u)$ kiértékelése során elegendő az első k_u constraintet használni: a szuboptimális jelöltek ezalatt kiesnek. Ha \mathcal{U} végtelen, lehet, hogy végtelen sok constraintet használ a nyelv.

OT nem működik, ha végtelen sok konsztrént van

Példa:

/u/	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	...
x_1	1					
x_2		1				
x_3			1			
x_4				1		
x_5					1	
...						...

Végtelen sok jelölt, végtelen sok konsztrént, nincs optimális jelölt.

Vagy mégis?

Javaslat 3: véges áteresztők

Olyan C_i konztrént, amely bármely v sértési szintet csak véges számú jelöltnek oszt ki (adott u bemenet mellett):

Definíció:

A $C_i : \bigcup_{u \in \mathcal{U}} \text{Gen}(u) \rightarrow \mathcal{V}_i$ konztrént **véges áteresztő** adott u bemenet mellett, ha $\forall v \in \mathcal{V}_i$ -re a $C_i^{-1}(v) \cap \text{Gen}(u)$ halmaz véges.

Példa és ellenpélda:

- ALIGN[MainFoot, Word, Right] (= a főláb és a szó jobb határa távolsága): ha elég hosszú a jelölt, bármilyen sok v számú csillagot adhat neki, de adott bemenethez csak véges számú olyan jelölt van, amelyben a MainFoot és a Word jobb határainak a távolsága éppen v .
- *[x] (az [x] szegmentum előfordulásainak a száma): epentézissel végtelen sok olyan jelölt generálható, amely v számú [x]-et tartalmaz.

Javaslat 3: véges áteresztők

Olyan C_i konsztrént, amely bármely v sértési szintet csak véges számú jelöltnek oszt ki (adott u bemenet mellett).

Állítás:

*Ha CON csak véges számú olyan konsztréntet tartalmaz, amely **nem** véges áteresztő u mellett, akkor létezik $\text{Gen}(u)$ -nak optimális eleme.*

Bizonyítás: Véges számú filterezés után, előbb-utóbb, egy véges áteresztő fog filterezni. Ekkor a még életben lévő jelöltek halmaza garantáltan véges halmazra redukálódik. Ezután ld. a fent bebizonyított állítást.

OT nem működik, ha végtelen sok konsztrént van

Összefoglalás eddig:

- Analógia: a lexikon szavai is konsztréntekké válnak.
- De a lexikonban lévő szavak száma „kvázi-végtelen”:
kezelhető egy ilyen OT-nyelvtan?
- Általános esetben, ha végtelen sok konsztrént és végtelen sok jelölt van, nem garantálható, h. van $\text{Gen}(u)$ -nak optimális eleme.
- De láttunk három javaslatot,
amely esetekben van $\text{Gen}(u)$ -nak optimális eleme.

Áttekintés

- 1 Analógia vs. optimalitáselmélet
- 2 „Jólrendezett” optimalitáselmélet
- 3 Végtelen sok constraint
- 4** Egy első próbálkozás: „stringnyelvtan” (mint toy grammar)
- 5 Összefoglalás

Stringnyelvtan (toy grammar)

- Σ : véges ábécé, pl. $\{a, b, c, \dots, z\}$.
Szegmentumok, de egyéb információ (pl. szófaj, szemantika) is.
- $\mathcal{U} = \Sigma^*$. $\text{Gen}(u) = \Sigma^*$.
- Jelöltségi konsztréntek véges számban.
Pl. *[a], ASSZIMILÁCIÓ, DISSZIMILÁCIÓ.
- Hűségkonsztréntek véges számban.
Pl. edit distance u és a jelölt között.
- Lexikon (felszíni szókincs, E-language): tetszőleges $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$.

Stringnyelvtan (toy grammar)

- Σ : véges ábécé, pl. $\{a, b, c, \dots, z\}$. $\mathcal{U} = \Sigma^*$. $\text{Gen}(u) = \Sigma^*$.
- Jelöltségi konsztréntek véges számban.
- Hűségkonsztréntek véges számban.
- Lexikon: $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$.
- Ha $l \in \mathcal{L}$, akkor bevezetünk l -hez $A[l, p, s]$ analógiás konsztréntet:
 - p prefixum, s pedig szuffixum l -ben.
 - $A[l, p, s](w) = 1$,
ha p prefixum (w -ben v. u -ban?), de s nem szuffixum w -ben.
 - $A[l, p, s](w) = 0$, egyébként.
 - $\text{Gen}(u)$ kiértékelése során $A[l_1, p_1, s_1] \gg A[l_2, p_2, s_2]$
a.cs.a, ha D edit distance-szel $D(u, l_1) < D(u, l_2)$.

Stringnyelvtan (toy grammar)

- Ha $l \in \mathcal{L}$, akkor bevezetünk l -hez $A[l, p, s]$ analógiás konsztréntet:
 - p prefixum, s pedig szuffixum l -ben.
 - $A[l, p, s](w) = 1$,
ha p prefixum (w -ben v. u -ban?), de s nem szuffixum w -ben.
 - $A[l, p, s](w) = 0$, egyébként.
 - $\text{Gen}(u)$ kiértékelése során $A[l_1, p_1, s_1] \gg A[l_2, p_2, s_2]$
a.cs.a, ha D edit distance-szel $D(u, l_1) < D(u, l_2)$.
- Végtelen sok jelölt, végtelen sok nem véges áteresztő konsztrént!
- De csak véges sok konsztrént játszik ténylegesen:
 - w/u -ban véges sok p prefixum, csak ezekkel játszik $A[l, p, s]$.
 - $A[l_1, p, s]$ és $A[l_2, p, s]$ közül a második nem játszik,
ha $D(u, l_1) < D(u, l_2)$.
- Azonban *ganging-up cumulativity* sztochasztikus OT-ban...

Áttekintés

- 1 Analógia vs. optimalitáselmélet
- 2 „Jólrendezett” optimalitáselmélet
- 3 Végtelen sok constraint
- 4 Egy első próbálkozás: „stringnyelvtan” (mint toy grammar)
- 5 **Összefoglalás**

Összefoglalás

- Van értelme megpróbálni az OT-n belül kezelni az analógiát.
- Túl a meghatározott alakhoz való hűséget mérő Output-Output Correspondence-en. . .
- Ehhez lehet, hogy az OT-t matematikailag kicsit gazdagítani kell.
- További kérdések: HG? Sztochasztikus OT? Konkrét adatok?

Köszönöm a figyelmet!

Biró Tamás:

`biro.tamas@btk.elte.hu`



Tools for Optimality Theory

<http://www.biot.hu/OTKit/>

A kutatást az *Európai Unió* 7. keretprogramján belül egy *Marie Curie CIG ösztöndíj* (PCIG14-GA-2013-631599, “MeMoLI”) tette lehetővé.

